

Einfluß der Apertur bei der Abtastung kontinuierlicher Signale

In den Datenblättern vieler A/D-Umsetzer findet sich die Angabe: „Aperture Errors = ...“. Dabei ist oft nicht klar herausgestellt, ob mit diesem Begriff die Dauer der Abtastung oder stochastische Schwankungen des Abtastzeitpunktes gemeint sind. Im folgenden sind die Einflüsse beider Effekte getrennt beschrieben.

1 Die Aperturöffnung

Die Aperturöffnung t_A ist die Zeitspanne der Abtastung, die nur in der Theorie den Wert Null annimmt, in der Praxis jedoch nicht zu vernachlässigen ist. Unter der Annahme, daß die Sample-and-Hold-Schaltung am Eingang eines A/D-Umsetzers während der Aperturöffnung t_A integrierendes Verhalten zeigt, ergibt die folgende Rechnung im Laplace-Bereich das Frequenzverhalten:

$$f_A(t) = \frac{1}{t_A} \int_{-t_A/2}^{t+t_A/2} f(\tau) d\tau = \frac{1}{t_A} \int_0^{t+t_A/2} f(\tau) d\tau - \frac{1}{t_A} \int_0^{t-t_A/2} f(\tau) d\tau$$

$$F_A(p) = \frac{1}{t_A} \int_{-t_A/2}^{\infty} \int_0^{t+t_A/2} f(\tau) d\tau e^{-pt} dt - \frac{1}{t_A} \int_{t_A/2}^{\infty} \int_0^{t-t_A/2} f(\tau) d\tau e^{-pt} dt$$

Betrachtung des ersten Summanden liefert:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_A} \int_{-t_A/2}^{\infty} \int_0^{t+t_A/2} f(\tau) d\tau e^{-pt} dt &= e^{pt_A/2} \frac{1}{t_A} \int_0^{\infty} \int_0^{t'} f(\tau) d\tau e^{-pt'} dt' \\ &= \frac{e^{pt_A/2}}{t_A} \left[\underbrace{\int_0^{t'} f(\tau) d\tau}_{=0} \frac{e^{-pt'}}{-p} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \frac{f(t')}{-p} e^{-pt'} dt' \quad (\text{partielle Integration}) \\ &= \frac{e^{pt_A/2}}{pt_A} F(p), \quad \text{wobei } F(p) \longleftrightarrow f(t) \end{aligned}$$

Mit $F_A(p) = A_G(p) F(p)$ folgt

$$A_G(p) = \frac{e^{pt_A/2}}{pt_A} - \frac{e^{-pt_A/2}}{pt_A} = \frac{1}{pt_A} 2 \sinh(pt_A/2)$$

Setzt man $p=j\omega$, so ergibt sich

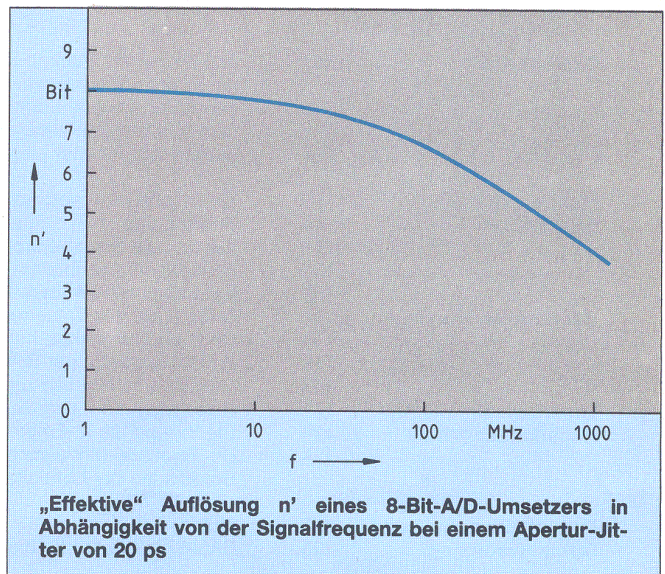
$$A_G(j\omega) = \frac{2 \sin(\omega t_A/2)}{\omega t_A} = \frac{\sin(\omega t_A/2)}{\frac{\omega t_A}{2}}$$

Zu diesem Ergebnis hätte man natürlich schneller gelangen können, wenn man die Transformationsregeln der Laplace-Transformation direkt verwendet hätte. Hier sollte jedoch einmal ganz formal die Rechnung vorgeführt werden. Wie man sieht, führt die endliche Aperturöffnung t_A zu einem „sin(x)/x“-Frequenzgang.

2 Apertur-Jitter

Der Apertur-Jitter Δt_A bezeichnet den gesamten Variationsbereich des stochastisch schwankenden Abtastzeitpunktes, also die Zeitspanne zwischen maximaler positiver und maximaler negativer Abweichung. Zur Veranschaulichung sei der Einfluß des Apertur-Jitters als Verringerung der Auflösung eines A/D-Umsetzers dargestellt.

Nimmt man eine Sinusaussteuerung $u_s = \hat{u} \cos(\omega t)$ eines A/D-Umsetzers an, so ergibt eine Linearisierung



Elektronik-Arbeitsblatt Nr. 167

der Sinuskurve im Nulldurchgang die Steigung $u_s' = \hat{u}\omega$. Als „Worst-Case“-Abschätzung sei der Abtastzeitpunkt in diesem steilsten Bereich gelegen; es ergibt sich dann bei Vorhandensein eines Apertur-Jitters Δt_A ein Streubereich der Spannung von

$$\Delta u = \hat{u}\omega\Delta t_A$$

Bei Vollaussteuerung des A/D-Umsetzers mit $\hat{u} = q2^{n-1} = E/2$ (n: Auflösung, q: Stufenbreite, E: Aussteuerbereich) erhält man:

$$\Delta u = q2^{n-1}\omega\Delta t_A$$

$$\frac{\Delta u}{q} = 2^{n-1}\omega\Delta t_A \left(= \frac{\text{Streubereich}}{\text{Stufenbreite eines idealen ADC's}} \right)$$

Dies läßt sich als Verminderung der Auflösung Δn ansehen, die sich dann wie folgt ergibt:

$$\Delta n = -\log_2(\Delta u/q+1) = -\log_2(2^{n-1}\omega\Delta t_A+1)$$

Daraus resultiert die „effektive“ Auflösung n' in Abhängigkeit von der Signalfrequenz:

$$n' = n - \log_2(2^{n-1}\omega\Delta t_A+1) = n - \log_2(2^n\pi f\Delta t_A+1)$$

Das hier dargestellte Diagramm zeigt die „effektive“ Auflösung $n'(f)$ für $\Delta t_A = 20$ ps und $n = 8$.

Es sollte noch einmal klar herausgestellt werden, daß es sich bei n' um eine „Worst-Case“-Abschätzung handelt und die wahre Auflösung für Sinusaussteuerung oberhalb der Kurve anzunehmen ist. Die Darstellung ist exakt für ein Dreieckssignal der Steigung $q\omega2^{n-1}$

Dipl.-Ing. Werner Henkel

Übersicht über die letzten ELEKTRONIK-Arbeitsblätter

Sachgebiet	Nr.	Thema	Heft	Seite
Analogtechnik	134	CCD-Filter	22/80	129...132
	135	Berechnung des Frequenzgangs von Video-Operationsverstärkern	24/80	101...104
	136	Schaltungstechnik von Video-Operationsverstärkern	26/80	81... 84
	140	Der Entwurf von Schalter-Kondensator-Filtern als aktive Kettenleiter	8/81	105...108
	142	Steifflankige Trennung von hohen und tiefen Frequenzen	12/81	105...108
	143	Der C-Verstärker	14/81	77... 80
	144	Aktive Filter 3. Ordnung	16/81	67... 70
			18/81	109...112
	150	Das Rauschen von Operationsverstärkern	6/82	59... 62
			8/82	107...108
	152	Filtergrundglieder 2. Ordnung mit optimaler Empfindlichkeit	14/82	63... 64
			16/82	53... 54
	155	Die Gleichtaktunterdrückung beim Differenzverstärker	22/82	125...128
	158	Eigenschaften und Stabilität aller Gegenkopplungsarten	5/83	91... 94
	Bauelemente	164	Steifflankige aktive Filter mit FDNRs	6/83
138		Begriffe der Qualitätssicherung	9/84	69... 72
161		Die Schaltungstechnik von Leistungs-MOSFETs	4/81	99...102
			16/83	45... 48
			17/83	53... 56
			18/83	105...106
Digitaltechnik	153	Erzeugung von Pseudo-Zufallsfolgen mit binären Schieberegistern	19/83	65... 68
	163	Parallel arbeitende Scrambler, Descrambler und Zufallsfolgen-Generatoren	18/82	79... 82
	165	Aufbau und Arbeitsweise digitaler PLL-Schaltungen	26/83	67... 70
Elektromechanik Grundlagen			14/84	57... 60
	160	Elektrische Kleinmotoren	15/84	63... 64
	145	Supraleitung	15/83	47... 50
	146	Zeitdiskrete Signalverarbeitung und z-Transformation	20/81	111...114
	154	Kennlinienapproximation mit Mikrocomputern	22/81	65... 68
Hochfrequenztechnik	156	Kennlinienapproximation mit Mikrocomputern	20/82	79... 82
	147	Elektrostatische Aufladung – Gefahr für Halbleiter	3/83	65... 68
	148	Gruppenlaufzeit-Entzerrer für höhere Frequenzen	8/83	65... 68
	148	Optimale Dimensionierung des transformierenden Pi-Filtern	25/81	125...130
	159	Smith-Diagramm per Software	2/82	71... 74
	166	Gesetze und Normen zur Funkentstörung	12/83	71... 72
Lasertechnik	141	Grundlagen der Lasertechnik	20/84	87... 88
	124	Grundlagen der Lasertechnik	10/81	97...102
Nachrichtentechnik	127	Die V.- und die X.-Empfehlungen des CCITT	21/79	87... 90
	131	Die Pulscod-Modulation (PCM)	1/80	85... 88
	127	Grundlagen der Lichtleitertechnik	15/80	75... 78
Prozeßautomatisierung Stromversorgung	168	Grundlagen der Lichtleitertechnik	16/80	69... 72
	137	Der PDV-Bus	2/81	91... 92
	125	BASIC-Programm für die Berechnung von Netztransformatoren	23/79	81... 84