

# Trellis-Shaping zur Reduzierung der spektralen Erweiterung bei Nichtlinearitäten

Dr.-Ing. Werner Henkel und Dipl.-Ing. Jörg Hofmann,  
Deutsche Bundespost Telekom, FTZ, Forschungszentrum, Darmstadt

## 1 Einleitung

Der ursprüngliche Anwendungsfall des von Forney 1992 [1] vorgestellten Trellis-Shaping [1] war die Verminderung der mittleren Sendeleistung durch Formung der Häufigkeitsverteilung über den möglichen Signalpunkten einer QAM (oder auch PAM). Hier wird nun eine andere Aufgabenstellung betrachtet: das Reduzieren der spektralen Erweiterung, hervorgerufen durch nichtlineare Komponenten (z.B. Verstärkerröhren) der Übertragungsstrecke. Hierzu wird das Verfahren geringfügig modifiziert. Es werden spezielle Metriken definiert und für diesen Anwendungsfall optimierte Shaping-Codes ermittelt.

Die benötigte Redundanz wurde ehemals durch Verdopplung der Anzahl der Signalpunkte bereitgestellt. Diese Verdopplung des Signalalphabets ist jedoch im Falle der PSK nicht sinnvoll. Bedenkt man, daß man infolge codierter Modulation (Trellis-Code oder Mehrstufencode) ohnehin schon von z.B. 4-PSK auf 8-PSK übergegangen ist, so würde eine weitere Verdopplung zu 16-PSK sowohl zu einer Dezimierung des Gewinns durch die codierte Modulation, als auch insbesondere zu praktischen Problemen bei der Trägersynchronisation führen. Die hier verwendete modifizierte Form des Trellis-Shaping kommt ganz ohne Verdopplung der Signalpunktmenge aus. Vorgestellt wurde diese bereits in [2] und [3]. Dort wurde auch eine Lösung eines weiteren Problems des Trellis-Shaping, die Generierung systematischer Fehler, angegeben. Diese systematischen Fehler resultieren aus der sendeseitigen Verwendung eines Viterbi-Algorithmus mit endlicher Decodierverzögerung.

## 2 Das modifizierte Trellis-Shaping

Die Modifikation ist durch Betrachtung einer mehrdimensionalen Punktmenge gegeben. Die Redundanz wird dazu nicht jedem Sendesymbol zugeführt, sondern sequentiell in die letzte Partition eingebracht. Die Anordnung ist in **Bild 1** wiedergegeben.

Es bietet sich an, ein Bit in einem Rahmen der Länge  $m$  in der letzten (bei 8-PSK der dritten) Partition als Redundanzanteil zu wählen. Die Matrixdimensionen von 'Syndromformer' und dessen Inverser sind dann:

$$(H^{-1})^T : (m-1) \times m, \quad H^T : m \times (m-1),$$

und die Rate des Shaping-Codes ist  $R = 1/m$ .

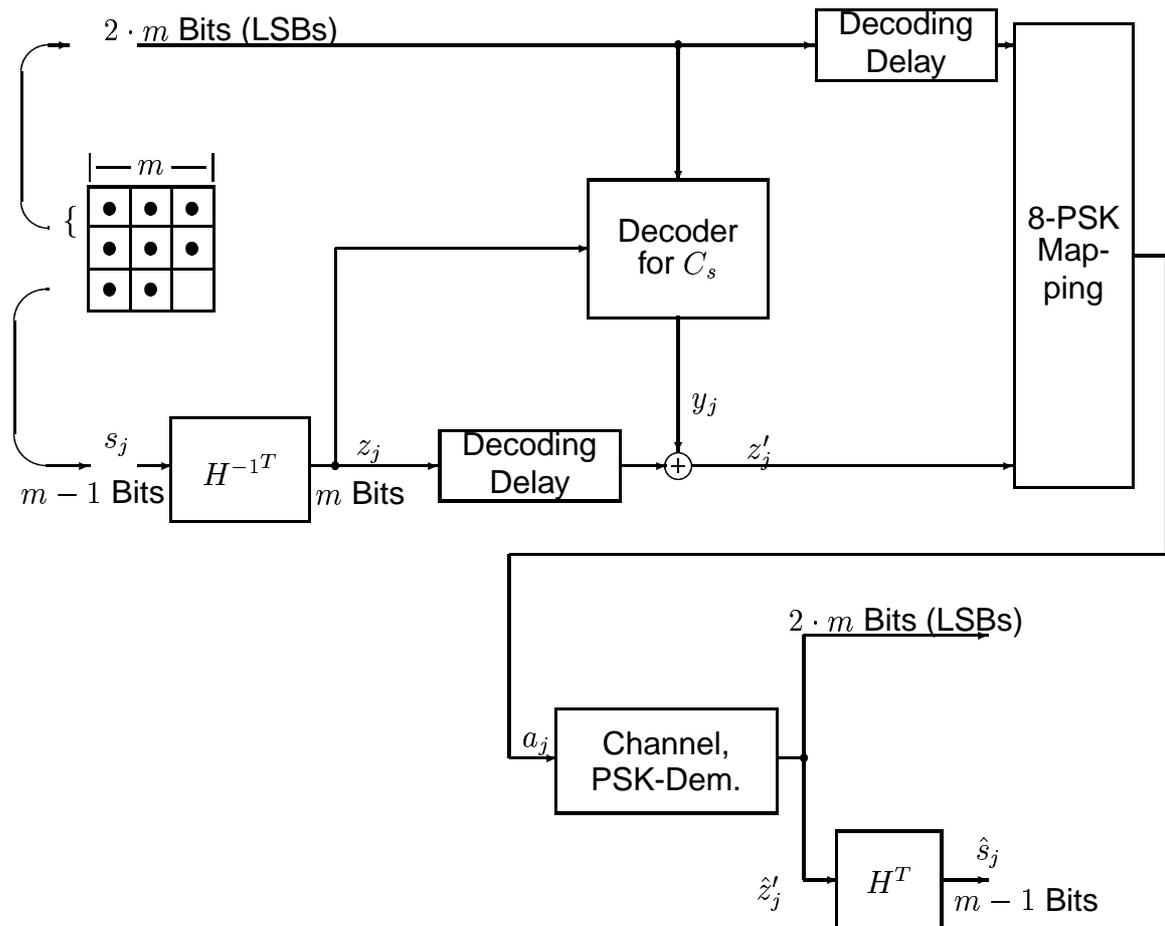


Bild 1: Modifiziertes Trellis-Shaping

Ansonsten bleibt die Struktur und die formale Beschreibung dieselbe.

$$y \cdot H^T = 0 \quad (1)$$

$$z' H^T = (z \oplus y) H^T = z H^T = s \quad (2)$$

$$z = s \cdot (H^{-1})^T \quad (3)$$

### 3 Spektrale Aufweitung durch Nichtlinearitäten

Nichtlineare Komponenten, wie Wanderfeldröhren oder Halbleiterverstärker erzeugen merkliche Seitenbänder, die sich in Form von Nachbarkanalstörungen niederschlagen.

Vermeidbar ist die spektrale Aufweitung durch die Verwendung von Modulationsverfahren mit konstanter Einhüllenden (CPM, continuous phase modulation). Weitgehende Anwendung hat dabei der Spezialfall der MSK (minimum shift keying) gefunden, der sich aus der Offset-QPSK herleiten läßt. Mit anderen Arten der CPM sind jedoch i.a. praktische Schwierigkeiten (Synchronisation) verbunden.

In manchen zellularen Netzen hat auch die sogenannte  $\pi/4$ -QPSK Eingang gefunden. Hierbei wird lediglich die Phasenlage einer QPSK symbolweise um  $\pi/4$  gewechselt. Damit werden zumindest die kritischsten Übergänge durch den Nullpunkt vermieden. Trotzdem ist der Effekt auf das Spektrum nicht sehr bedeutend. Weiterhin ergibt sich eine Verschlechterung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit infolge nichtlinearer Intersymbolinterferenzen. Man bedenke, daß der Signalpunktstand für zeitlich aufeinanderfolgende Symbole der einer 8-PSK entspricht, was die größere Empfindlichkeit gegenüber Intersymbolinterferenz erklärt. Eine codierte Form der  $\pi/4$ -QPSK wurde in [4] vorgeschlagen, die durch Einführung eines recht einfachen Codier-schemas einen deutlichen Gewinn gegenüber QPSK verspricht.

Trellis-Shaping wurde erstmals von Morrison [5] verwendet, um Übergänge nahe dem Koordinatenursprung zu vermeiden. Er übernahm jedoch exakt Forneys Vorschlag und verdoppelte somit die Menge der Signalpunkte. Die Shaping-Codes waren nicht für diesen Anwendungsfall optimiert und die Metriken wurden empirisch festgelegt.

## 4 Besonderheiten des Trellis-Shaping zur Vermeidung von Übergängen nahe dem Ursprung

Zunächst wurde als Metrik die mittlere Seitenbandleistung außerhalb des Frequenzbereichs des Sendefilters ( $f > \frac{1+\beta}{2T}$ ,  $\beta$ : Roll-Off) bei bestimmten diskreten Übergängen zwischen den Punkten (z.B.) der 8-PSK festgelegt. Entstehende diskrete Linien im Spektrum, die aus dem Wechselschema resultieren, mußten dabei zunächst eliminiert werden. Die Art des Wechsels verschiedener Phasenlagen, die resultierenden Spektren und normierte Metriken sind **Bild 2** zu entnehmen. Es wurde dort ein Wurzel-Cosinus-Filter mit Roll-Off von 0,35 und eine Nichtlinearität nach [6] angenommen. Man erkennt dabei besonders, daß sich  $135^\circ$ -Wechsel ähnlich nachteilig auswirken, wie die bei der  $\pi/4$ -QPSK nur unterdrückten  $180^\circ$ -Übergänge.

Weiterhin wurden spezielle Shaping-Codes gesucht. Man bedenke, daß binäre Faltungscodes, die man Tabellen in Lehrbüchern entnehmen kann, im Sinne ihrer freien Hamming-Distanz optimal sind. Dies bedeutet insbesondere, daß im Trellisdiagramm Bitmuster an Verzweigungen oder Vereinigungen von Pfaden an einem Knoten sich in möglichst vielen Stellen unterscheiden, z.B. (0,0,0,0) und (1,1,1,1). Da man jedoch in der Lage sein möchte, mit dem Faltungscodiercode möglichst viele Übergänge zu variieren, sollten sich zwei Pfade durch möglichst viele Übergangswechsel unterscheiden. Anders ausgedrückt, es sind Codes zu suchen, die eine maximale freie Hammingdistanz aufweisen, wenn man zuvor alle benachbarten Bits EXOR-verknüpft. **Bild 3** zeigt Ergebnisse mit üblichen, nach Hamming-Distanzen optimierten Faltungscodes, während **Bild 4** die Resultate mit speziell ermittelten Shaping-Codes wiedergibt. Bei sehr kurzen Rahmenlängen ( $R = 1/2$ )

macht sich die Gestaltung innerhalb der Rahmen der Länge  $m$  ( $=2$ ) nicht so bemerkbar. Daher sind die erzielbaren Gewinne in der Unterdrückung der Seitenbandleistung sehr ähnlich.

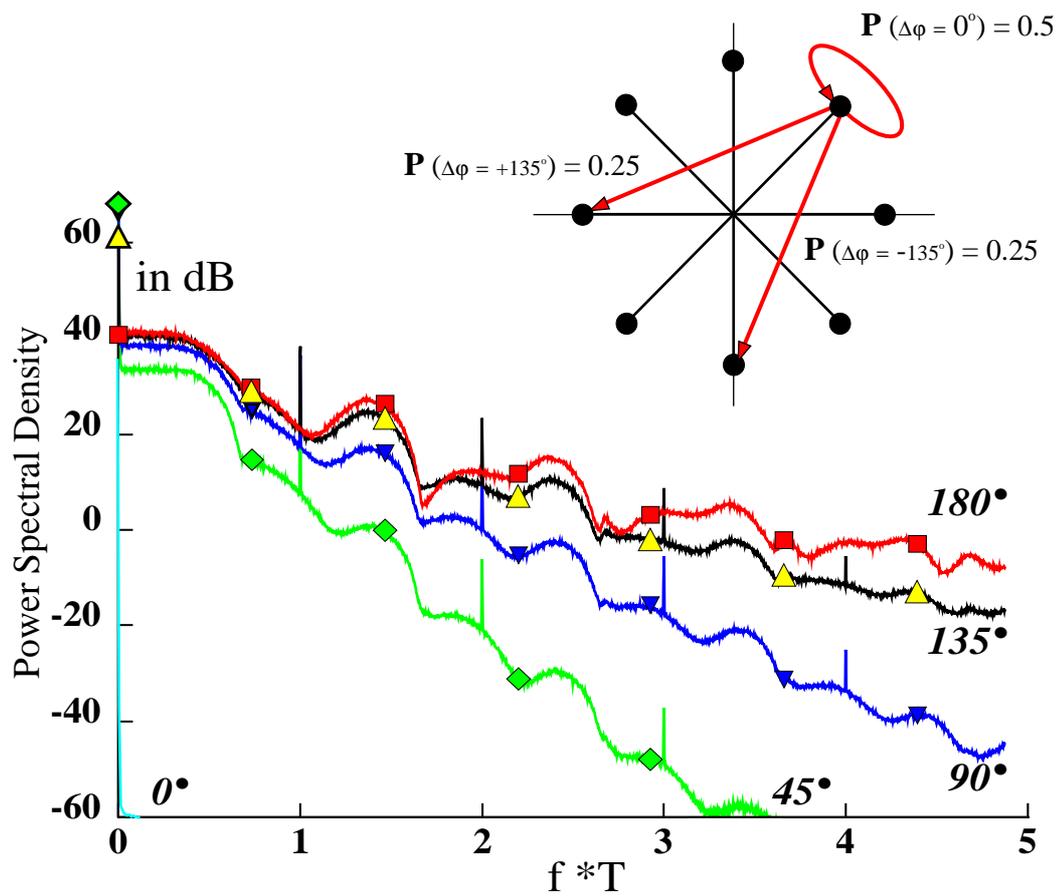
Abschließend seien in **Bild 5** noch beispielhaft Ergebnisse mit überlagerter codierter Modulation in den anderen Partitionsstufen zusammengestellt. Es wurden hier Mehrstufencodes verwendet. Die Codewortlängen waren gleich 8, “ $R$ ” steht für Repetition-Code (Wiederholcode), “ $R_c = R + (01010101)$ ” ist ein Cosetcode des Wiederholcodes, “ $P$ ” und “ $U$ ” kennzeichnen Paritätscode bzw. uncodierten Fall. Das Beispiel mit dem Cosetcode bezeichnet die gleichzeitige Verwendung des Vorschlags der codierten  $\pi/4$ -QPSK nach [4]. Diese Kombination erwies sich als geringfügig ungünstiger, wenngleich die Unterschiede generell nicht besonders groß sind.

## 5 Zusammenfassung

Es wurde eine Modifikation des Trellis-Shaping zur Reduzierung der Seitenbänder der 8-PSK bei nichtlinearen Kanälen vorgeschlagen. Spezielle Metriken und entsprechend optimierte Shaping-Codes wurden eingeführt. Es ergaben sich Gewinne in der Reduktion der Seitenbandleistung bis zu 3,3 dB.

## Literatur

- [1] **Forney, G.D.:** Trellis Shaping, *IEEE Tr. Inf. Th.*, pp. 281-300, March 1992.
- [2] **Henkel, W., Schramm, R.:** Recent Results on Trellis Shaping, *ISIT '93 - Recent Results Session*, San Antonio, USA, 17-22 Jan. 1993.
- [3] **Henkel, W., Schramm, R., Hofmann, J.:** A Modified Trellis-Shaping without Doubling of the Symbol Alphabet, *Joint Swed.-Russ. Workshop*, Mölle, Sweden, 1993.
- [4] **Henkel, W., Litzemberger, M.:** A Simple Multilevel Block-Coding Scheme with  $\pi/4$ -QPSK Properties, *ETT*, Vol. 4, No. 5, Sept.-Oct. 1993, pp. 489-494.
- [5] **Morrison, I.S.:** Trellis Shaping Applied to Reducing the Envelope Fluctuations of MQAM and Bandlimited MPSK, *ICDSC-9*, pp. 143-149, Copenhagen, Denmark, 18-22 May 1992.
- [6] **Saleh, A.A.M.:** Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers, *IEEE Tr. Comm.*, pp. 1715-1720, Nov. 1981.



Übergang	normierte Metrik
$0^\circ$	0
$45^\circ$	0.0198
$90^\circ$	0.2425
$135^\circ$	0.7341
$180^\circ$	1

Bild 2: Wechselschema, mittlere Leistungsdichtespektren und normierte Metriken bei verschiedenen Phasenübergängen

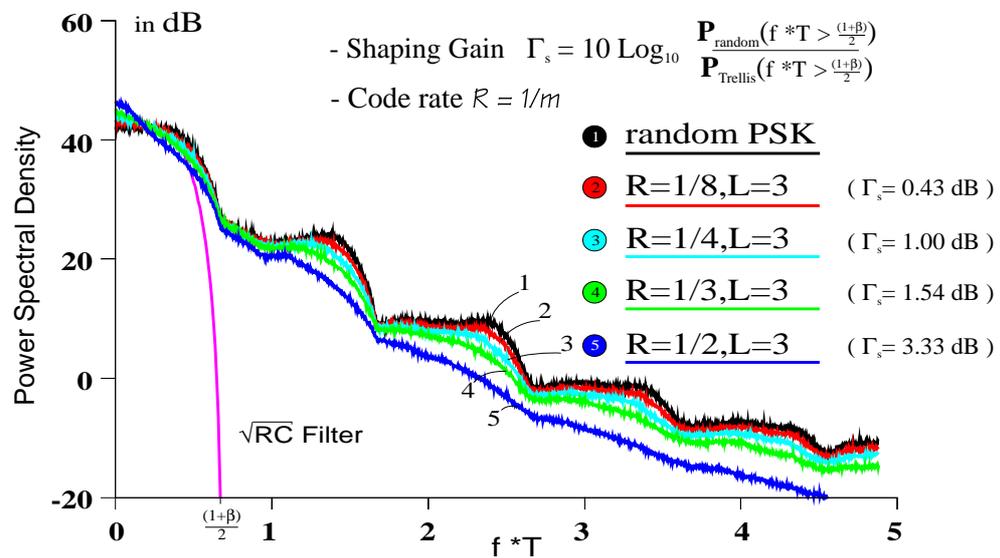


Bild 3: Mittlere Leistungsdichtespektren bei Verwendung von Codes maximaler freier Hamming-Distanz

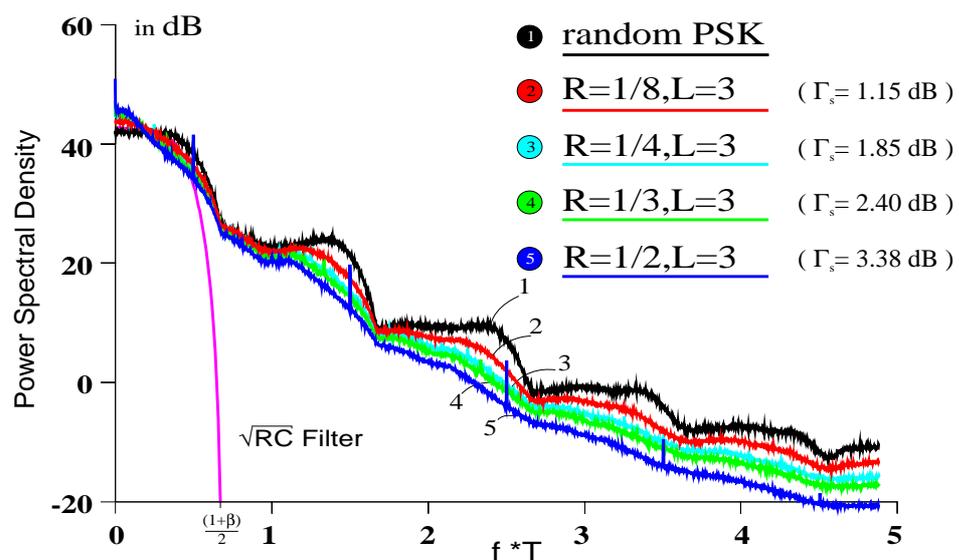


Bild 4: Mittlere Leistungsdichtespektren bei Verwendung von Codes maximaler freier Hamming-Distanz nach EXOR-Verknüpfung zeitlich benachbarter Bits

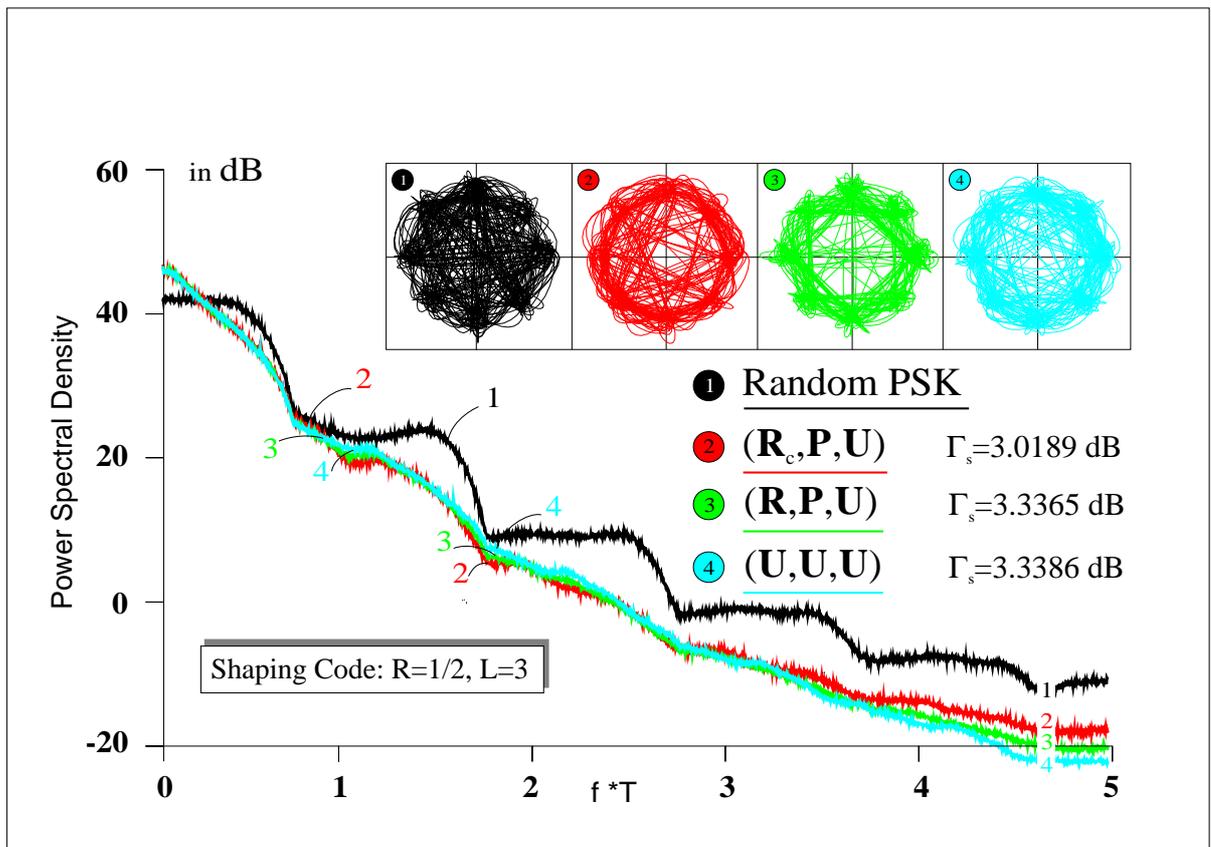


Bild 5: Ein Beispiel zur Kombination codierter Modulation und Shaping zur Hüllkurvenstabilisierung